

LE VECTEUR

I- Généralité :

Notion ayant pour origine l'étude de certaines **grandeurs physiques**, comme la **vitesse**, les **forces**, etc., qui ne peuvent être décrites par un nombre unique, mais par un ensemble de **deux** ou plusieurs nombres.

Dans un sens plus général, le vecteur est défini **axiomatiquement** comme élément d'un **espace vectoriel**.

II- Typologie :

Un **vecteur libre** d'un **espace affine** est par définition un élément de l'espace vectoriel associé **E**. Un **champs de vecteurs** sur une partie **A** d'un espace affine est une application de **v** de **A** dans l'espace vectoriel associé **E**.

L'image **v(x)** du point **x** de **A** est souvent appelée **vecteur lié** au point **x**. dans espace vectoriel normé, on appelle **vecteur unitaire** tout vecteur de **norme** égale à **1**.

Etant donné un vecteur **v** non nul, le vecteur $\frac{v}{\|v\|}$ est un vecteur unitaire colinéaire à **v** et de même sens.

Etant donné une droite vectorielle orientée, les composantes dans une base orthonormée qui la définit sont appelées les **cosinus directeurs** de la droite.

III- Définition des k-vecteurs :

Dans le produit tensoriel de **k** espaces égaux à un espace vectoriel **E** de dimension ($n \geq k$), on définit, pour toute permutation σ de l'ensemble $(1, \dots, k)$, un **endomorphisme**, également noté σ , par :

$$\sigma(x_1 \otimes \dots \otimes x_k) = x_{\sigma(1)} \otimes \dots \otimes x_{\sigma(k)}$$

et extension par linéarité à tout le produit tensoriel. Un **tenseur t** est dit antisymétrique si $\sigma(t) = \text{sgn}(\sigma)t$ ($\text{sgn} \sigma$ est la signature de la permutation σ).

L'ensemble des tenseurs d'ordre k antisymétrique est un espace vectoriel noté $\Lambda^k(E)$. Ses éléments sont appelés des k -vecteurs sur E . On montre que $\Lambda^{n-1}(E)$ est un espace vectoriel de dimension 1 . En particulier, dans un espace vectoriel de dimension trois, l'espace $\Lambda^2(E)$ est de dimension 1 ; ses éléments sont désignés en physique sous le nom de **vecteurs axiaux**.