Fiche de préparation N°

Discipline : Mathématiques

Classe : 9èAnnée

Durée : 2h/séance

Effectif : G F

R.L.P.

Date :

Thème : Trigonométrique Pratique

Acctivité1 : les rapports trigonométriques

Activité2 : rapports trigonométriques des angles de 45˚ ; 30˚ :60˚ :0˚ ; 90˚

Au terme de cette leçon élève doit-être capable de

- Calculer les rapports trigonométriques
- Calculer les rapports trigonométriques des différents angles

Pré évaluation

Document : livre de Maths 9èA AMECOM

Matériels :

Méthode : travail en groupe

Facilitateur :

Apprenant :

Déroulement :

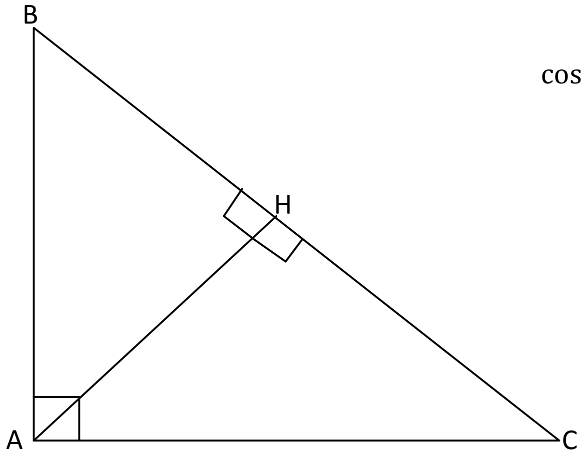
Activité1 : les rapports trigonométriques

1) Cosinus d'un angle aigu (Rappel) :

Soit le triangle ABC rectangle en A et $[AH]$ sa hauteur

Quelle est le cosinus de l'angle B

Solution



$\cos\hat{B} = \frac{AB}{BC}$ dont le quotient $\frac{AB}{BC}$ est appelé cosinus de l'angle $\hat{B}$ qu'on note

$$\cos\hat{B} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

2) le sinus d'un angle aigu :

Définition : on appelle sinus de l'angle $\hat{B}$ du triangle ABC rectangle en A le rapport $\frac{AC}{BC}$. On ecrit

$$\sin\hat{B} = \frac{AC}{BC} \Leftrightarrow \sin\hat{B} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$$

3) la tangente d'un angle aigu :

On appelle tangente de l'angle $\hat{B}$ du triangle ABC rectangle en A le rapport $\frac{AC}{AB}$ on écrit :

$$\text{tg}\,\hat{B} = \frac{AC}{AB} \Leftrightarrow \text{tg}\hat{B} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$

4) la cotangente d'un angle aigu :

On appelle cotangente de l'angle $\hat{B}$ *le rapport* $\frac{AB}{AC}$ *c'est-à-dire l'inverse de la tangente. On note*

$$\mathbf{cotg}\,\hat{B} = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{tg\hat{B}} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{côté opposé}}$$

Application : Démontre que :

$$\frac{\sin\hat{B}}{\cos\hat{B}} = tg\hat{B}\ \ sin^2\hat{B} + cos^2\hat{B} = 1\,;\ \frac{1}{cos^2\hat{B}} = 1 + tg^2\hat{B}$$

Définir : $\cos\hat{C}$; $\sin\hat{C}$; $\text{tag}\,\hat{C}$

Solution

$$\frac{sin\hat{B}}{cos\hat{B}} = tg\hat{B} \Leftrightarrow \frac{\frac{AC}{BC}}{\frac{AB}{BC}} = \frac{AC}{BC} \times \frac{BC}{AB} = \frac{AC}{AB} = tg\hat{B} \Leftrightarrow \boldsymbol{tg\propto = \frac{sin\propto}{cos\propto}}$$

$$sin^2\hat{B} + cos^2\hat{B} = \left(\frac{AC}{BC}\right)^2 + \left(\frac{AB}{BC}\right)^2 = \frac{AC^2}{BC^2} + \frac{AB^2}{BC^2} = \frac{AC^2 + AB^2}{BC^2} = \frac{BC^2}{BC^2} = 1$$

$$\boldsymbol{sin^2\propto + cos^2\propto = 1}$$

$$\frac{1}{cos^2\propto} = 1 + tg^2\propto \Leftrightarrow prénons\ 1 + tg^2\propto = 1 + \frac{sin^2\propto}{cos^2\propto} = \frac{cos^2\propto + sin^2\propto}{cos^2\propto}$$
$$= \frac{1}{cos^2\propto} \Leftrightarrow \boldsymbol{\frac{1}{cos^2\propto} = 1 + tg^2\propto}$$

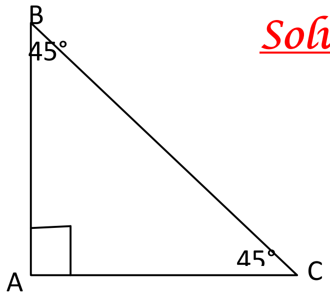
Remarque : **sin** $\propto$; **cos** $\propto$; **tg** $\propto$; **cotg** $\propto$ *constituent les rapports trigonométriques*

Des tables qu'on appelle tables trigonométriques permettent de trouver le sin, cos, tg, des mesures de certains angles

Activité2 : Rapports trigonométriques des angles de : 45°,30°,60°,0°, et 90°

1) Angle de 45° : ABC un triangle rectangle et isocèle en A

Calculer $\sin\hat{C}$ *et* $\cos\hat{B}$*.Démontre que sin45°=cos45°=*$\frac{\sqrt{2}}{2}$ *et tg45°=cotg45°=1*



Solution

$$\sin\hat{C} = \frac{AB}{BC}\ cos\hat{B} = \frac{AB}{BC}$$

$$sin\hat{C} = cos\hat{B} = \frac{AB}{BC}$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2\ AB = AC \Leftrightarrow$$

$$BC^2 = AB^2 + AB^2 \Leftrightarrow BC^2 = 2AB^2 \Leftrightarrow \frac{AB^2}{BC^2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{AB}{BC} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

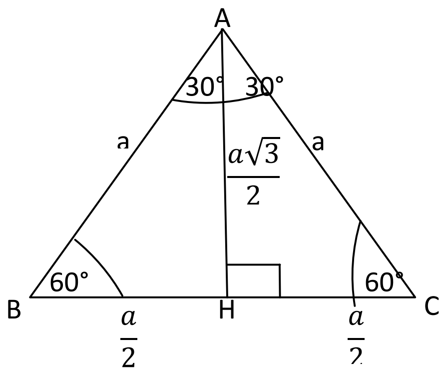
$$\boldsymbol{sin45° = cos45° = \frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$tg\hat{B} = \frac{AC}{AB} = 1\ \ cotg\hat{B} = \frac{AB}{AC} = 1 \Leftrightarrow \boldsymbol{tg45° = cotg45° = 1}$$

2) Angle de 30° et 60° : soit un triangle ABC équilatéral et H est la hauteur du segment $[\boldsymbol{AB}]$

Démontre que : sin30°=cos60°=$\frac{1}{2}$ *et sin60°=cos30°=*$\frac{\sqrt{3}}{2}$ *et tg60°=cotg30°=*$\sqrt{3}$

Solution



$[\boldsymbol{AH}]$ *est la médiatrice du segment* $[\boldsymbol{BC}]$ *et en même temps la bissectrice de l'angle* $\hat{A}$

- ***Dans le triangle ABH :***

$$sin\hat{A} = \frac{BH}{AB}, cos\hat{B} = \frac{BH}{AB} \Leftrightarrow sin30° = cos60° = \frac{BH}{AB} = \frac{\frac{a}{2}}{a} = \frac{a}{2} \times \frac{1}{a} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \boldsymbol{sin30° = cos6\ 0 = \frac{1}{2}}$$

$$sin\hat{B} = \frac{AH}{AB}, cos\hat{A} = \frac{AH}{AB} \Leftrightarrow sin\hat{B} = cos\hat{A} = \frac{AH}{AB} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \boldsymbol{sin6\ 0 = cos30° = \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$tg\hat{B} = \frac{AH}{BH}, cotg\hat{A} = \frac{AH}{BH} \Leftrightarrow tg\hat{B} = cotg\hat{A} = \frac{AH}{BH} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a}{2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{a} = \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \boldsymbol{tg6\ 0 = cotg30° = \sqrt{3}}$$

$$par\ la\ suite: \boldsymbol{tg30° = cotg6\ 0 = \frac{\sqrt{3}}{3}}$$

On peut donc observer le tableau ci-dessous :

$\propto$	$0°$	$90° = \frac{\pi}{2}$	$45° = \frac{\pi}{4}$	$30° = \frac{\pi}{6}$	$60° = \frac{\pi}{3}$
$sin \propto$	*0*	*1*	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$cos \propto$	*1*	*0*	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$tg \propto$	*0*	*0*	*1*	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
$cotg \propto$	*0*	*0*	*1*	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

Tu retiendras que : $\sin(90-\propto) = cos \propto$; $\cos(90°-\propto) = sin \propto$; $tg(90°-\propto) = \frac{1}{tg\propto}$

Application :

$1)\ sachant\ que\ sinx = \frac{\sqrt{6}}{3}\ calcule : cosx\ et\ tgx$

$2)\ sachant\ que\ tgx = 2\ calcule : cosx\ et\ sinx$

Solution

1) calculons cosx et tgx on sait que cosx=sin (90°-x)

$$cosx = sin90° - sinx \Leftrightarrow cosx = 1 - \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{3-\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow cosx = \frac{3-\sqrt{6}}{3}$$

$$tgx = \frac{sinx}{cosx} = \frac{\frac{\sqrt{6}}{3}}{\frac{3-\sqrt{6}}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3} \times \frac{3}{3-\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{3-\sqrt{6}} \Leftrightarrow tgx = \frac{\sqrt{6}}{3-\sqrt{6}}$$

2) tgx=2 calculons cosx et sinx :

$$on\ sait\ que\ \frac{1}{cos^2x} = 1 + tg^2x \Leftrightarrow \frac{1}{cos^2x} = 1 + 2^2 = 1 + 4 = 5$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{cosx} = \sqrt{5} \Rightarrow cosx = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$on\ sait\ que\ sin^2x + cos^2x = 1 \Leftrightarrow sin^2x = 1 - cos^2x = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\Leftrightarrow sin^2x = \frac{4}{5} \Rightarrow sinx = \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow sinx = \frac{2}{\sqrt{5}}$$