

# LE TRIANGLE

## I- Généralité :

### 1- Définition :

**Polygone** ayant **trois côtés** et **trois angles**. Il peut être **équilatéral** (si ses côtés sont égaux), **scalène** (si ses **trois** côtés sont inégaux deux à deux), s'il a **un angle droit**, il est dit **rectangle**.

La somme des angles intérieurs d'un triangle est égale à **180°** ; c'est pourquoi, dans un triangle, il ne peut y avoir plus d'un angle supérieur ou égal à un angle droit.

Dans un triangle quelconque, il y a **trois hauteurs** (segments de perpendiculaire) allant d'un **sommet** au côté opposé ou à son prolongement), **trois médianes** (segment joignant un sommet au milieu du côté opposé), **trois bissectrices** (segment de la bissectrice d'un angle compris entre le sommet de l'angle et le côté opposé).

Les droites portant ces segments se rencontrent respectivement à l'**orthocentre**, au **barycentre**, et au **centre** du **cercle** inscrit dans le triangle ; de plus, les **médiatrices** des **trois** côtés d'un triangle concourent au centre du **cercle circonscrit** au triangle.

Alors que pour les polygones ayant **quatre** côtés ou plus il n'existe pas toujours un **cercle inscrit** et un cercle circonscrit, pour un triangle, ils existent toujours.

### 2- Comparaison :

Pour comparer **deux** triangles, on utilise les **critères d'égalité**. **Deux** triangles sont dits égaux, si l'un est l'image de l'autre par une **isométrie**. **Deux** triangles sont dits égaux s'ils ont **deux** côtés égaux ainsi que l'angle compris entre ces **deux** côtés, ou s'ils ont **un** côté égal ainsi que les angles qui lui sont **adjacents**, ou encore s'ils ont leurs **trois** côtés égaux.

Si **deux** triangles ont tous leurs angles égaux, ils ne sont pas nécessairement égaux, mais ils sont semblables et ont leurs côtés proportionnels.

### 3- Théorèmes :

Nous avons les théorèmes suivants concernant les triangles : au plus grand côté est opposé le plus grand angle, à des côtés égaux sont opposés des angles égaux ; un côté est toujours plus petit que la somme des deux autres et plus grand que leur différence ; la bissectrice divise le côté opposé en parties proportionnelles aux côtés de l'angle ; les côtés sont inversement proportionnels aux hauteurs qui leurs correspondent.

## II- Résolution d'un triangle :

### 1- Définition :

On appelle **résolution d'un triangle**, l'ensemble des opérations permettant de calculer ses **six éléments** (côtés et angles).

Dans un **triangle rectangle**, il existe entre les côtés une relation fondamentale, dite **théorème de Pythagore**, d'emploi fréquent.

Mais le problème de la résolution d'un triangle est résolu de façon complète par la **trigonométrie**. En **géométrie prospective**, on appelle triangle la figure formée par **trois points** non alignés et les **trois droites** qui les rejoignent **deux-à-deux**.

## III- Typologie des triangles :

Les triangles isocèles et équilatéraux sont des triangles particuliers qui présentent respectivement deux et trois côtés égaux.

**Quelles sont les propriétés de ces figures et comment peut-on les tracer ?**

### 1- Triangle isocèle :

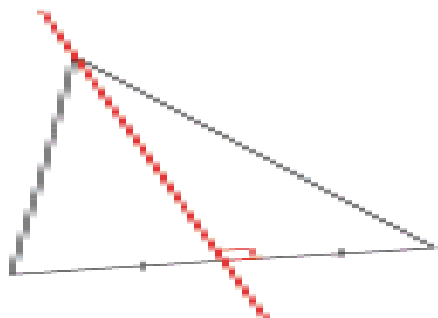
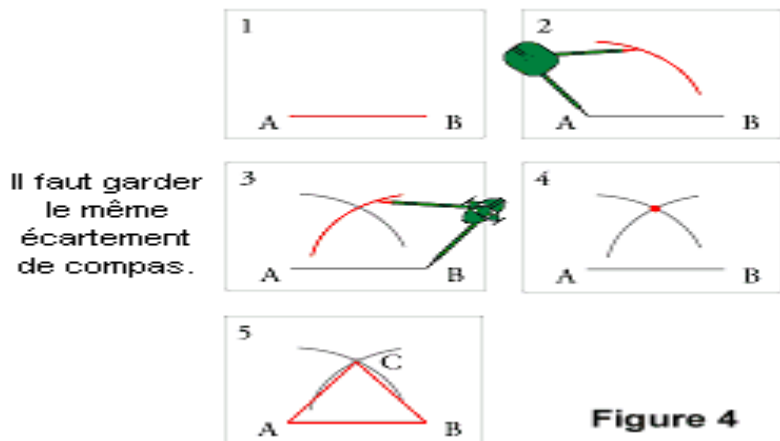
#### a- Définition :

Un triangle isocèle est **un triangle qui a au moins deux côtés de la même longueur**.

Remarque : si un triangle est équilatéral, alors ce triangle est isocèle (mais il existe des triangles isocèles qui ne sont pas équilatéraux).

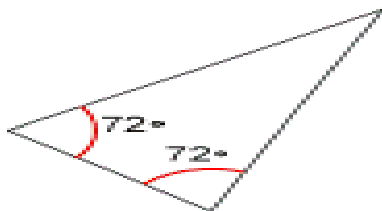
#### b- Propriétés :

Tout triangle isocèle a au moins un axe de symétrie ; réciproquement, si un triangle a un axe de symétrie, alors ce triangle est isocèle.



**Figure 5**

Dans un triangle isocèle, **deux** angles au moins ont la même mesure ; réciproquement, si dans un triangle **deux** angles au moins ont la même mesure, alors ce triangle est isocèle.



**Figure 6**

### c- Construction :

On veut ici construire un triangle isocèle non équilatéral. La différence avec la construction précédente est que les écartements de compas des étapes 2 et 3 sont égaux, mais ne sont pas égaux à AB.

### 2- Triangles équilatéral :

Un triangle équilatéral est **un triangle dont les trois côtés ont la même longueur**. Le triangle 2 de la figure ci-dessous est donc un triangle équilatéral.

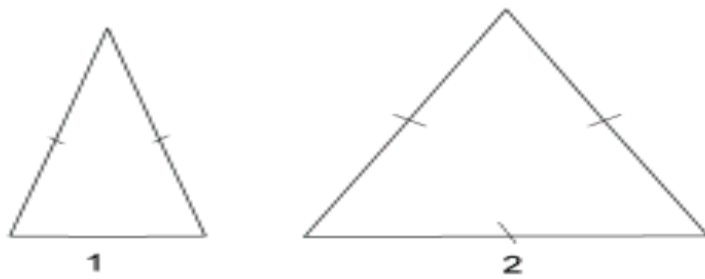


Figure 1

**a- Propriétés :**

Tout triangle équilatéral a trois axes de symétrie ; réciproquement, si un triangle a **trois** axes de **symétrie**, alors ce triangle est équilatéral.

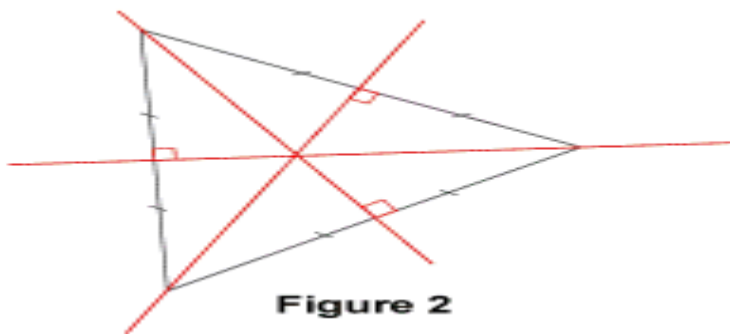


Figure 2

Dans un triangle équilatéral, chaque angle mesure  $60^\circ$  ; réciproquement, si dans un triangle chaque angle mesure  $60^\circ$ , alors ce triangle est équilatéral.

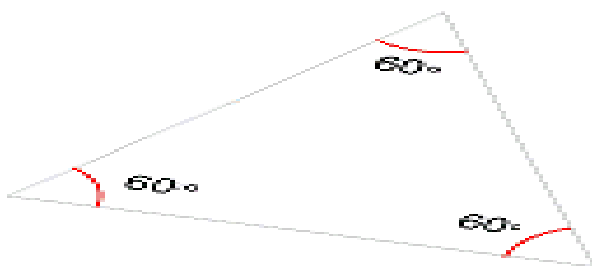


Figure 3

**b- Construction :**

On veut construire un triangle équilatéral avec la règle et le compas. La série de figures ci-dessous montre les étapes de la construction ; l'écartement du **compas** représente la longueur du côté.