

LA PROPORTIONNALITE

I- Généralité :

On dit que des **grandeurs** sont **proportionnelles** si l'on peut passer de l'une à l'autre en passant toujours par le même nombre.

Quelles méthodes peut-on utiliser pour bien s'en assurer ?

Cinq cahiers valent 30 €.

Comment calculer le prix de sept cahiers ?

On cherche d'abord le prix d'un cahier :

On a $30 \div 5 = 6$.

Le prix d'un cahier est de 6 €.

On multiplie alors le prix d'un cahier par sept :

On a $6 \times 7 = 42$.

Le prix des sept cahiers est de 42 €.

1- Le Rapport linéaire :

Le rapport de linéarité est un **décimal**.

Exemple 1 :

Un homme parcourt à allure régulière 350 m en cinq minutes.

Comment calculer la distance parcourue en dix minutes, puis en quinze minutes ?

10 minutes est le double de 5 minutes.

La distance parcourue en 10 minutes est le double de celle parcourue en 5 minutes, soit $2 \times 350 = 700$ m.

L'homme parcourt 700 m en 10 minutes.

Pour trouver la distance parcourue en 15 minutes, on peut d'abord observer que : $10 + 5 = 15$.
Pour trouver la distance parcourue en 15 minutes, on additionne la distance parcourue en 10 minutes et celle parcourue en 5 minutes.

On obtient alors : $700 + 350 = 1050$.

L'homme parcourt 1050 m en 15 minutes.

Exemple 2 :

Pour faire un gâteau, il faut 100 g de beurre et 300 g de farine.

Comment calculer la quantité de beurre pour 540 g de farine ?

Le beurre représente le tiers de la farine.

La quantité de beurre pour 540 g de farine est = $(540 \div 3) \times 1 = 180$.

Il faut 180 g pour 540 g de farine.

II- Utilisation du coefficient de proportionnalité :

Le coefficient est un décimal.

Exemple 1:

Deux DVD coûtent 18,90 €.

Comment calculer le prix de 5 DVD ?

On utilise un tableau de proportionnalité et on cherche le coefficient de proportionnalité.

Le coefficient de proportionnalité est : $18,90 \div 2 = 9,45$.

On multiplie alors 5 par ce coefficient.

On obtient $5 \times 9,45 = 47,25$.

Le prix de 5 DVD est de 47,25 €.

Le coefficient n'est pas un décimal.

Avec 40 kg de blé, on obtient 30 kg de farine.

Comment trouver la quantité de blé pour produire 54 kg de farine ?

On utilise un tableau de proportionnalité et on cherche le coefficient de proportionnalité.

Le coefficient de proportionnalité est : $40 \div 30$.

Or, le quotient obtenu n'est pas un décimal. Le coefficient cherché est la fraction.

On multiplie alors 54 par cette fraction.

On obtient : $54 \times = (54 \div 3) \times 4 = 18 \times 4 = 72$.

Il faut donc 72 kg de blé pour obtenir 54 kg de farine.

III- Reconnaissance :

Dans un magasin, Paul achète deux cahiers et paie 1,8 €.

Laure en achète 5 et paie 4,5 €.

Le prix d'un cahier est-il toujours le même quel que soit le nombre de cahiers achetés ?

Comment reconnaître s'il y a ou non proportionnalité ?

1- Reconnaissance de proportionnalité :

Beaucoup d'exemples de situations de proportionnalité peuvent être tirés de la vie courante.

Le prix d'une baguette de pain est proportionnel au nombre de baguettes achetées. En effet, si le prix d'une baguette est de 0,98 €, le prix de deux baguettes est de 1,96 €.

Le prix d'un plein d'essence est proportionnel au nombre de litres achetés. Si un litre coûte 1,23 €, dix litres coûtent 12,3 €.

Ces deux exemples décrivent une situation de proportionnalité.

En revanche, l'aire d'un carré n'est pas proportionnelle à la longueur du côté de ce carré. Un carré de 2 cm de côté a pour aire 4 cm² et un carré de 3 cm de côté a pour aire 9 cm².

On obtient 4 en multipliant 2 par 2.
Or $3 \times 2 = 6$ et non 9.

Cet exemple décrit une situation de non proportionnalité.

Deux grandeurs sont proportionnelles si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre appelé coefficient de proportionnalité.

2- Tableau de proportionnalité :

Un tableau de proportionnalité est un tableau dans lequel on peut passer de la première à la deuxième ligne en multipliant toujours par le même nombre (**coefficient**).

Une présentation des problèmes sous forme d'un tableau permet ainsi de faire apparaître plus facilement s'il s'agit d'une situation de proportionnalité ou de non proportionnalité.

On indiquera dans le tableau les unités utilisées.

En reprenant les trois exemples décrits précédemment (le prix du pain, le prix de l'essence et l'aire du carré) nous pouvons ainsi dresser les tableaux suivants :

Pour connaître le prix de deux baguettes, on multiplie 2 par 0,98. Ainsi, 0,98 est le coefficient de proportionnalité.

Pour connaître le prix de dix litres d'essence, on multiplie 10 par 1,23. Ainsi, 1,23 est le coefficient de proportionnalité.

Il n'existe pas de coefficient de proportionnalité permettant de passer de la première ligne à la seconde. Il s'agit d'une situation de non proportionnalité.

Exemple 1 : une recette de cuisine

Les quantités d'une recette de cuisine sont souvent données pour six personnes.

Comment les adapter à quatre personnes ?

Un gâteau nécessite 150 grammes de farine pour six personnes.

Pour trouver la quantité nécessaire pour quatre personnes, on dresse un tableau de proportionnalité.

On a $150 \div 6 = 25$ et $6 \times 25 = 150$.

Le coefficient de proportionnalité est **25**.

On obtient alors $4 \times 25 = 100$.

Il faut donc **100 g** de farine pour **quatre personnes**.

Exemple 2 : un problème de durée

Une voiture roule toujours à la même vitesse.

Comment calculer la distance parcourue en un temps donné ?

Une voiture parcourt **180 km en 2 h**.

Pour trouver la distance parcourue en **5 h**, on dresse un tableau de proportionnalité.

On a $180 \div 2 = 90$ et $2 \times 90 = 180$.

Le coefficient de proportionnalité est **90**.

On obtient alors $5 \times 90 = 450$.

La voiture parcourt **450 km en 5 h**.

Exemple 3 : un problème d'âge

Laure à **7 ans** et sa mère **35 ans**.

Lorsque Laure aura **14 ans**, **quel âge aura sa mère ?**

Attention, certaines situations sont trompeuses : ainsi, dans **7 ans**, Laure aura **14 ans** (le double de son âge actuel) ; toutefois, sa mère n'aura pas le double de son âge mais simplement $35 + 7 = 42$ ans.

Il n'y a pas proportionnalité entre l'âge de Laure et celui de sa mère.