

LA FACTORISATION

I- Généralité :

Factoriser une expression littérale consiste à transformer une somme algébrique en produit.

Exemple, quand on écrit : $ka + kb = k(a + b)$ ou $ka - kb = k(a - b)$, on a factorisé les expressions $ka + kb$ et $ka - kb$.

Dans les deux cas, on dit qu'on a mis **k en facteur**. Le nombre **k** est appelé un **facteur commun**.

Ce facteur commun peut être un nombre, une lettre, le produit d'un nombre par une lettre ou une expression entre parenthèses.

Un facteur commun peut être apparent ou caché. S'il est caché, il faudra le faire apparaître.

$5x - 5a + 5b = 5(x - a + b)$; le facteur commun est 5.

$x^2 - 3x = x(x - 3)$; le facteur commun est x.

$(x + 2)(4x - 5) + (x + 2)(5x + 1) = (x + 2)[(4x - 5) + (5x + 1)]$; le facteur commun est $(x + 2)$.

On peut réduire l'expression trouvée et écrire $(x + 2)(9x - 4)$.

$(3x - 4)^2 - (3x - 4)(2x + 7) = (3x - 4)[(3x - 4) - (2x + 7)]$; le facteur commun est $(3x - 4)$.

On peut réduire l'expression trouvée et écrire $(3x - 4)(x - 11)$.

$$A = 10a - 8b = 2(5a - 4b)$$

$$B = (2x + 3)(4x - 3) - (4x + 6)(7x + 8)$$

$B = (2x + 3)(4x - 3) - 2(2x + 3)(7x + 8)$; on a « fait apparaître » le facteur commun $(2x + 3)$.

$B = (2x + 3)[(4x - 3) - 2(7x + 8)]$; on peut réduire l'expression trouvée et écrire :

$$B = (2x + 3)(4x - 3 - 14x - 16) = (2x + 3)(-10x - 19)$$

Remarque :

On peut aussi factoriser des expressions en utilisant les identités remarquables.

Soit **x** un nombre.

Exemple 1 :

On veut factoriser les expressions : $9x^2 - 12x + 4$; $81 - 9x^2$ et $16x^2 + 24x + 9$

$$9x^2 - 12x + 4 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2 = (3x - 2)^2$$

$$81 - 9x^2 = 9^2 - (3x)^2 = (9 + 3x)(9 - 3x)$$

$$16x^2 + 24x + 9 = (4x)^2 + 2 \times 4x \times 3 + 3^2 = (4x + 3)^2$$

Exemple 2 : on veut factoriser l' $10^2 - (5x + 3)^2$.

On reconnaît ici une expression de la forme $a^2 - b^2$, où le rôle de a est joué par la parenthèse $(2x + 1)$ et celui de b par la parenthèse $(5x + 3)$.

$$\text{On a donc } (2x + 1)^2 - (5x + 3)^2 = [(2x + 1) + (5x + 3)][(2x + 1) - (5x + 3)]$$

$$\text{On termine en réduisant chaque crochet : } (2x + 1 + 5x + 3)(2x + 1 - 5x - 3) = (7x + 4)(-3x - 2)$$

On veut calculer mentalement : 53^2 ; 79^2 et 41×39 .

On transforme chaque écriture pour pouvoir utiliser une identité remarquable. Les étapes détaillées ci-dessous sont à effectuer mentalement dans la pratique :

$$53^2 = (50 + 3)^2 = 50^2 + 2 \times 50 \times 3 + 3^2 = 2\,500 + 300 + 9 = 2\,809$$

$$79^2 = (80 - 1)^2 = 80^2 - 2 \times 80 \times 1 + 1^2 = 6\,400 - 160 + 1 = 6\,241$$

$$41 \times 39 = (40 + 1)(40 - 1) = 40^2 - 1^2 = 1\,600 - 1 = 1\,599$$