Fiche de préparation N°

Discipline : Mathématiques Classe : 9èA

Durée : 2h/séance Effectif : G F

R.L.P Date :

Equation d'une droite

Activité1 : points alignés

Activité2 : Equation d'une droite

Activité3 : Equation d'une droite parallèle passant par un point

Activité4 : Construction d'une droite dont on connait l'equation

O.P.O : Au terme de cette leçon chaque élève doit-être capable de :

Calculer des points alignés

Savoir calculer une équation de droite

Connaitre une équation d'une droite parallèle passant par un point

Stratégie :

Document : livre de Mathématiques 9èA AMECOM

Méthode : travail en groupe

Facilitateur : Apprenant :

Déroulement :

Activité1 : points alignés

Dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ on donne 3 points :

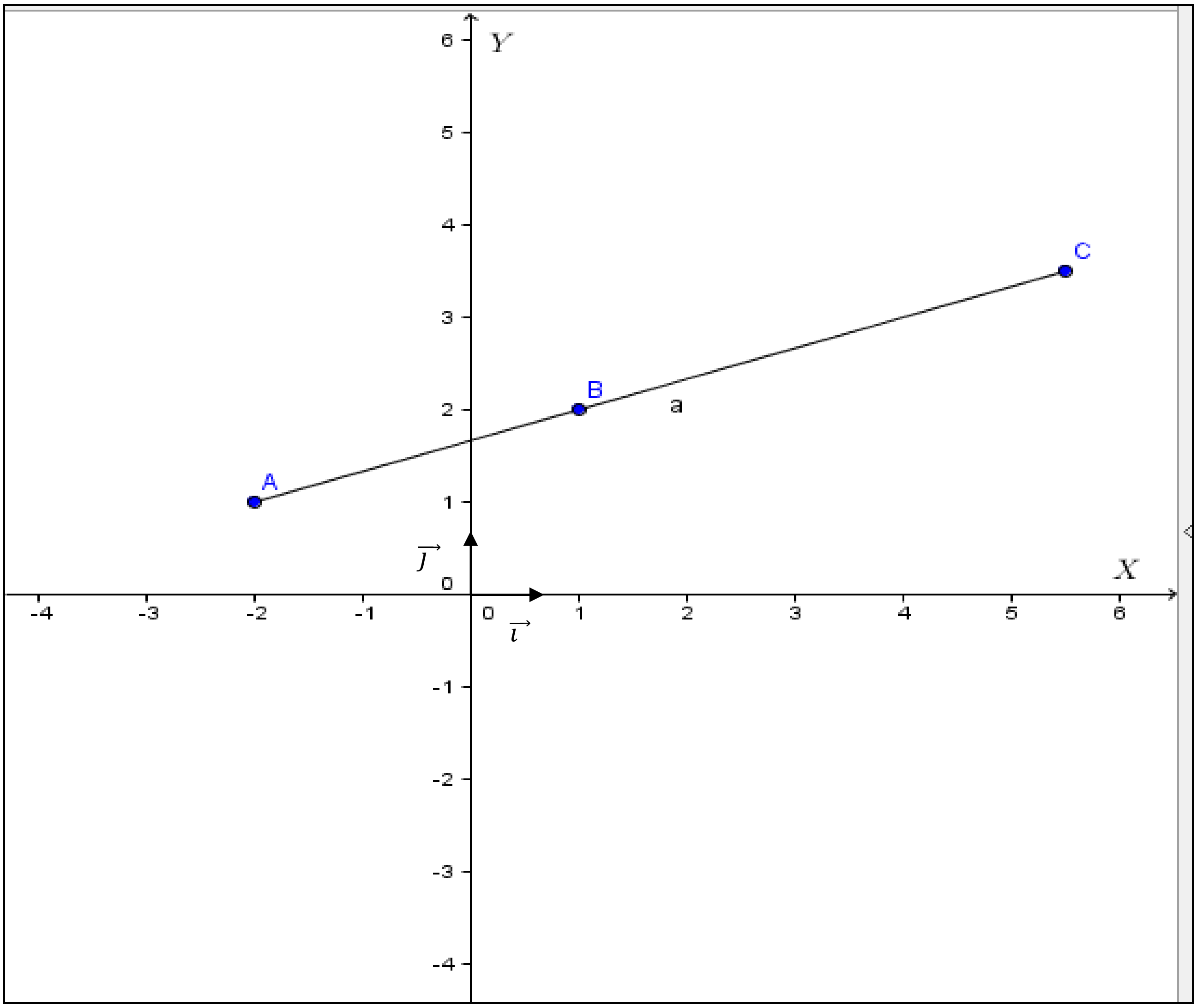
$$A\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix} ; B\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix} \text{ et } C\begin{pmatrix}5,5\\3,5\end{pmatrix}$$

a) Place ces trois points dans le repère

b) Calcule les coordonnées de : $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

c) vérifie par calcule que ces trois points sont alignés

Solution



b) Calculons les coordonnées :

$$\overrightarrow{AB} / \begin{matrix} x_B - x_A = 1 + 2 = 3 \\ y_B - y_A = 2 - 1 = 1 \end{matrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}(3\ ;\ 1) \begin{matrix} x = 3 \\ y = 1 \end{matrix}$$

$$\overrightarrow{AC} / \begin{matrix} x_C - x_A = 5{,}5 + 2 = 7{,}5 \\ y_C - y_A = 3{,}5 - 1 = 2{,}5 \end{matrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC}(7{,}5\ ; 2{,}5) \begin{matrix} x' = 7{,}5 \\ y' = 2{,}5 \end{matrix}$$

c) Vérification par calcul : $A\ ; B\ ; C$ *sontnalignés si*: $\boldsymbol{x \times y' = x' \times y}$

$\Longrightarrow 3 \times 2{,}5 = 1 \times 7{,}5 \Longrightarrow 7{,}5 = 7{,}5$ *Vraie Donc*: $A; B; C$ *sont alignés*

Nb *: Trois points sont alignés SSi :* $\boldsymbol{x \times y' = x' \times y}$

Activité2 : Equation d'une droite passant par deux points

1) Dans un repère $(O\ ; \vec{\imath}\ ; \vec{\jmath})$ *on donne deux*(2) *points* $A(2\ ;\ -3)$ *et* $B(-5\ ;\ 1)$:*Trouve l'equation de la droite* (AB)

Solution

Trouvons l'équation de la droite (AB)

Une équation d'une droite est sous la forme :

$$\boldsymbol{(AB) = ax + by = C\ \ (a, b, c\ \epsilon R)}$$

$$\overrightarrow{AB} \begin{matrix} x_B - x_A = -5 - 2 = -7 \\ y_B - y_A = 1 + 3 = 4 \end{matrix} \Longrightarrow \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -7 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{matrix} x = -7 \\ y = 4 \end{matrix}$$

$$Soit\ M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (AB) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \begin{matrix} x_M - x_A = x - 5 \\ y_M - y_A = y + 3 \end{matrix} \Longrightarrow \overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x - 5 \\ y + 3 \end{pmatrix} \begin{matrix} x' = x - 5 \\ y' = y + 3 \end{matrix}$$

-7 x-2 $\Longrightarrow 4(x - 2) = -7(y + 3) \Longrightarrow 4x - 8 = -7y - 21$

4 y+3 $\Longrightarrow 4x + 7y = -13$ *donc*: $\boldsymbol{(AB): 4x + 7y = -13}$ ***est appelé équation de la droite***

Application *: On donne les points :* $A(2\ ;\ -1)$ *et* $B(-1\ ; 2)$ *trouve l'équation de la droite* (AB)

Solution

L'équation de la droite (AB):

$$\overrightarrow{AB}\begin{matrix} x_B - x_A = -1 - 2 = -3 \\ y_B - y_A = 1 + 2 = 3 \end{matrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{matrix} x = -3 \\ y = 3 \end{matrix}$$

$$Soit\ M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (AB) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}\begin{matrix} x_M - x_A = x - 2 \\ y_M - y_A = y + 1 \end{matrix} \Rightarrow \overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x - 2 \\ y + 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} x' = x - 2 \\ y' = y + 1 \end{matrix}$$

-3 $\quad$ *x-2* $\Rightarrow 3(x-2) = -3(y+1) \Rightarrow 3x - 6 = -3y - 3$

3 $\quad$ *y+1* $\Rightarrow 3x + 3y = 3$ *donc*: $\color{red}{(\boldsymbol{AB}): \mathbf{3x + 3y = 3}}$

Activité3 : Equation d'une droite passant par un point et un vecteur directeur

1) le plan est muni d'un repère $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ *, on donne le point* $A\binom{-2}{-1}$ *et un vecteur directeur* $\vec{U}(2\,;3)$ *. Determine l'équation de la droite* (Δ)

Solution

$$\vec{U}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{matrix} x = 2 \\ y = 3 \end{matrix} \quad Soit\ M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (\Delta)\ \overrightarrow{AM}\begin{matrix} x_M - x_A = x + 2 \\ y_M - y_A = y + 1 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x + 2 \\ y + 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} x' = x + 2 \\ y' = y + 1 \end{matrix}$$

2 $\quad$ *x+2* $\Rightarrow 3(x+2) = 2(y+1) \Rightarrow 3x + 6 = 2y + 2$

3 $\quad$ *y+1* $\Rightarrow 3x - 2y = -4$ *donc*: $\color{red}{(\Delta): \mathbf{3x - 2y = -4}}$

2) Dans un repère $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$*on donne le point* $B(2\ ;\ -3)$ *et un vecteur directeur* $\vec{U}(3\,;\ 2)$*déterminel'équation de la droite* (Δ)

Solution

$$\vec{U}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{matrix} x = 3 \\ y = 2 \end{matrix} \quad Soit\ M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (\Delta)\ \overrightarrow{BM}\begin{matrix} x_M - x_B = x - 2 \\ y_M - y_B = y + 3 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{BM}\begin{pmatrix} x - 2 \\ y + 3 \end{pmatrix} \begin{matrix} x' = x - 2 \\ y' = y + 3 \end{matrix}$$

3 $x-2 \Longrightarrow 2(x-2)=3(y+3) \Longrightarrow 2x-4=3y+9$

2 $y+3 \Longrightarrow 2x-3y=13$ *donc* $(\Delta): \mathbf{2x-3y=13}$

Activité4 : Coefficient directeur et vecteur directeur d'une droite

1) Coefficient directeur : *lorsqu'une droite d'équation est sous la forme :* $\boldsymbol{y=ax+b}$ *le réel* $\boldsymbol{a}$ *est appelé coefficient directeur de la droite*

Exemple : *trouve le coefficient directeur* a *de la droite d'équation* $(\Delta): 2x+3y=4$

Solution

Trouvons le coefficient directeur a:

$$(\Delta): 2x+3y=4 \Longrightarrow 3y=-2x+4 \Longrightarrow y=-\frac{2}{3}x+\frac{4}{3} \Leftrightarrow a=-\frac{2}{3}$$

Application : *trouve le coefficient directeur* (a) *de la droite d'équation* $(\Delta): 2x+4y=1$

Solution

$$(\Delta): 2x+4y=1 \Longrightarrow 4y=-2x+1 \Longrightarrow y=-\frac{2}{4}x+\frac{1}{4} \Leftrightarrow a=-\frac{1}{2}$$

2) Vecteur directeur d'"une droite d'équation

Soit une droite d'équation $(\Delta): \boldsymbol{ax+by=c}$ *le vecteur directeur de la droite d'équation est* $\overrightarrow{\boldsymbol{U}}(-\boldsymbol{b}\ ,\ \boldsymbol{a})$

Exemple : *on donne une droite d'équation* $(\Delta): 2x+5y=-4$

Trouve le vecteur directeur $\overrightarrow{U}$

Solution

Trouvons le vecteur directeur : $\vec{U}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$

$(\Delta): 2x - 5y = -4 \Leftrightarrow \vec{U}\begin{pmatrix}+5\\2\end{pmatrix}$

Application *: on donne* $(\Delta): x + 3y = 5$

Solution

$(\Delta): x + 3y = 5 \quad \Leftrightarrow \vec{U}\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$

Activité5 : Construction d'une droite d'équation

Pour tracer une droite d'équation il suffit de chercher les coordonnées des deux inconnues (x et y) *puis on trace une droite qui passe par ces valeurs trouvées*

Exemple : *soient les droites d'équations :*

$(\Delta_1): 2x - y = 4$ *et* $(\Delta_2): 2x - 3y + 1 = 0$ *Trace* (Δ_1) *et* (Δ_2) *dans un même repère orthonormé* $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

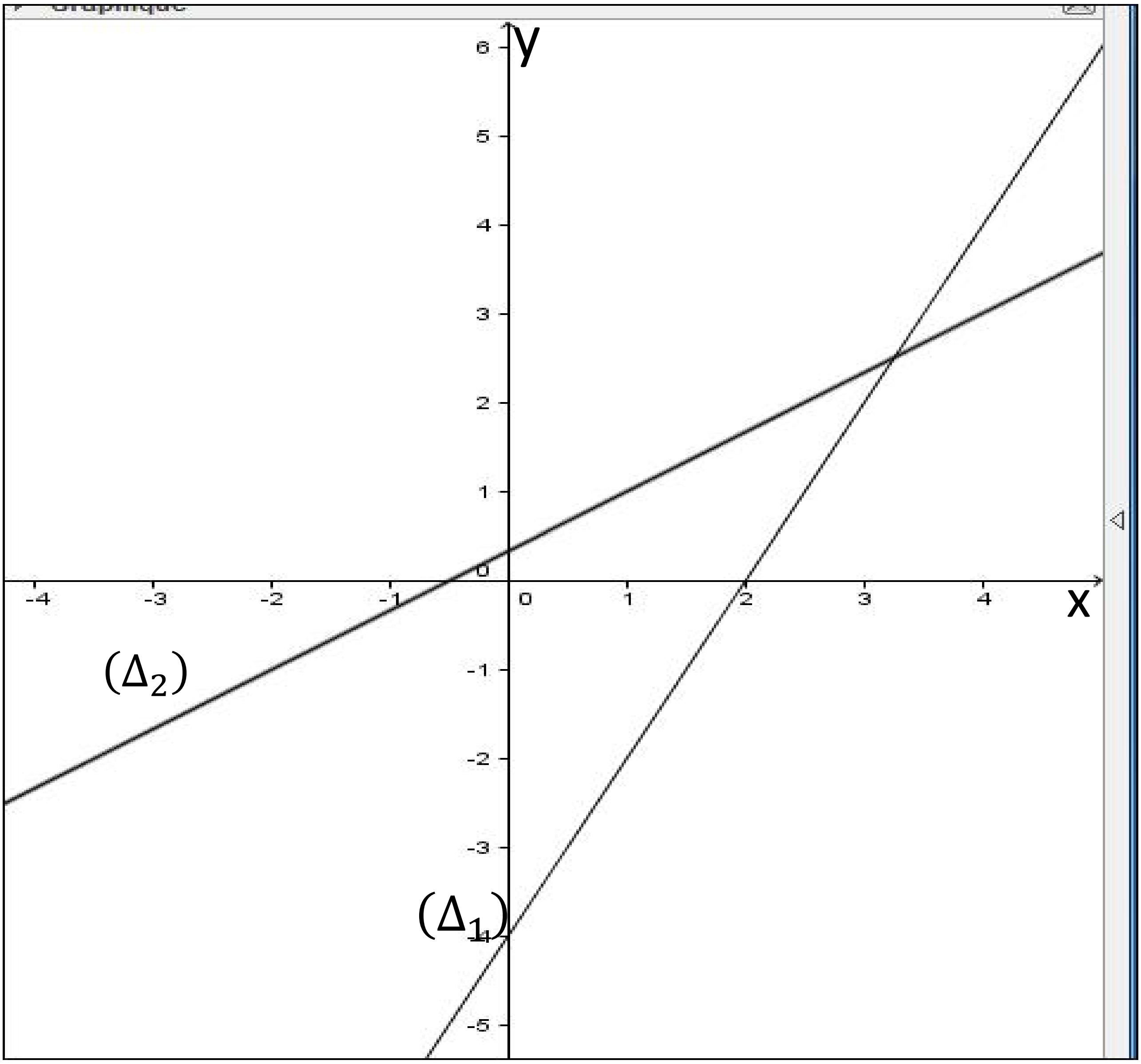
Solution

$(\Delta_1): 2x - y = 4$

x	0	2
y	-4	0

$(\Delta_2): 2x - 3y + 1 = 0$

x	0	-1/2
y	1/3	0



- *Droite parallèle : pour montrer que deux droites d'équations (Δ_1) et (Δ_2) sont parallèles s :*

1er Cas : On cherche le vecteur directeur de chaque droite d'équation puis on calcule si les coordonnées des vecteurs directeurs forment une proportion alors : $(\Delta_1) // (\Delta_2)$

2e Cas : on cherche le coefficient directeur (a) de chaque droite d'équation s : $\boldsymbol{a = a'}$ *alors* $(\Delta_1) // (\Delta_2)$

Exemple : on donne $(\Delta_1): -2x + y + 1 = 0$ et $(\Delta_2): y = 2x + 4$ ces deux droites d'équation sont-elles parallèles ?

- ***Droites perpendiculaires*** *: Deux droites d'équations* (Δ) *et* (Δ') *sont perpendiculaires ssi :* $a \times a' = -1$

Exemple: *On donne* $\Delta: y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ *et* $\Delta': y = 2x - 1$

Δ *et* Δ' *Sont-elles perpendiculaires ?*

Solution

Activité6 : Equation d'une droite parallèle et passant par un point donné

On donne la droite d'équation $(\Delta): 4x + y = 5$

Détermine l'équation de la droite $(\Delta') // (\Delta)$ *passant par*

$A\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Solution

L'équation de la droite $\Delta' // \Delta$ *Utisation des vecteurs directeurs*

$\Delta: 4x + y = 5 \quad \vec{U}\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{U}\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{matrix} x = -1 \\ y = 4 \end{matrix}$ *soit* $M\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in (\Delta')$

$\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x+2 \\ y-1 \end{pmatrix} \begin{matrix} x' = x+2 \\ y' = y-1 \end{matrix}$

-1 ↘↗ *x+2* $\Rightarrow 4(x+2) = -1(y-1) \Rightarrow 4x + 8 = -y + 1$

4 ↗↘ *y-1* $\Rightarrow 4x + y = -7$ *donc* $(\Delta'): \mathbf{4x + y = -7}$

Application *: on donne :* $\Delta_1: 2x + y = 5$ *et un point* $B(2\,;3)$

Détermine l'équation de la droite $\Delta_2 // \Delta_1$

Solution

Activité7 : Equation d'une droite médiatrice d'un segment

La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire qui divise le segment en deux parties égales

On donne les points $A(-3\,;2)$ *et* $B(1\,;4)$

Détermine l'équation de la droite (Δ) *médiatrice du segment* $[AB]$

Solution

Déterminons l'équation de la droite (Δ)

$\overrightarrow{AB}\begin{matrix}1+3=4\\4-2=2\end{matrix}\ \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}\begin{matrix}x=4\\y=2\end{matrix}$ *soit* I *milieu* $[AB]$ $\begin{matrix}x_I=\dfrac{-3+1}{2}=-1\\y_I=\dfrac{2+4}{2}=3\end{matrix}\ I\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$

Soit $M\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\in(\Delta)\ \overrightarrow{IM}\begin{pmatrix}x+1\\y-3\end{pmatrix}\begin{matrix}x'=x+1\\y'=y-3\end{matrix}\ \overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{IM}$ *ssi* $x\times x'+y\times y'=0$

$\Longrightarrow 4(x+1)+2(y-3)=0\Longrightarrow 4x+2y-2=0\Leftrightarrow(\Delta){:}\,4x+2y-2=0$

Application : on donne les points $A(2\,;1)$ *et* $B(-3\,;4)$ *détermine l'équation de la droite* (Δ) *médiatrice du segment* $[AB]$