LA DIVISION

I- Généralité :

Opération inverse de la **multiplication**. Si l'**ensemble** considéré est un corps commutatif, comme par exemple, les **nombres rationnels** ou les **nombres réels**, étant donné deux éléments a (le **dividende**) et b (le **diviseur**), ce dernier différent de zéro, il existe toujours un élément x unique tel $a = bx$.

Dans le cas des **nombres entiers** (et, plus généralement, dans le cas où l'ensemble n'est pas un domaine d'intégrité), il n'est pas certain que le problème posé admette une solution : dans un tel cas, a et b, étant tous deux supposés positifs, $a \geq b$, la **division avec reste** consiste à déterminer le plus grand multiple entier de b (désigné par qb) qui ne dépasse pas a.

Le nombre q est encore appelé le **quotient**, et il résulte des **hypothèses** faites que $a = qb + r$ où le reste r est supérieur ou égal à zéro et strictement inférieur à b.

Si $r = 0$, a est dit divisible par b, et b est un diviseur de a.

Pour les **polynômes**, le problème se présente comme pour les nombres entiers : si $a(x)$ est un polynôme de degré n et $b(x)$ un polynôme de degré m avec $n \geq m$, il existe un polynôme et un seul $q(x)$ de degré $n - m$ et un polynôme et un seul $r(x)$ de degré strictement inférieur à m tels que l'on ait : $a(x) = b(x)\,q(x) + r(x)$.