

LA DISTRIBUTE

I- Généralité :

Pour calculer astucieusement $A = 57 \times 968 + 43 \times 968$, il suffit d'appliquer une règle de **distributivité** qui permet d'écrire : $A = (57 + 43) \times 968 = 100 \times 968$. On trouve alors **96 800**.

Quelles sont les différentes règles de distributivité et quand les utiliser ?

1- Règles de distributivité :

Dans les **deux** paragraphes suivants, a , b et k désignent des nombres quelconques.

- Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition :

Il s'agit de la règle : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$

On peut l'écrire plus simplement : $k(a + b) = ka + kb$

Exemple : $2 \times (3 + 4) = 2 \times 3 + 2 \times 4$

On peut vérifier que : $2 \times (3 + 4) = 2 \times 7 = 14$

et que : $2 \times 3 + 2 \times 4 = 6 + 8 = 14$.

Remarque :

On a aussi : $(a + b) \times k = a \times k + b \times k$ et donc : $(a + b)k = ak + bk = ka + kb = k(a + b)$

- Distributivité de la multiplication par rapport à la soustraction :

Il s'agit de la règle : $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$

On peut l'écrire plus simplement : $k(a - b) = ka - kb$

Exemple : $3 \times (5 - 2) = 3 \times 5 - 3 \times 2$

Remarque :

on a aussi : $(a - b) \times k = a \times k - b \times k$

et donc : $(a - b)k = ak - bk = ka - kb = k(a - b)$.

2- Généralisation :

Les formules précédentes se généralisent à un nombre quelconque de termes dans les parenthèses.

Exemple : $2 \times (3 + 4 - 5) = 2 \times 3 + 2 \times 4 - 2 \times 5$

Application :

a- Calculer mentalement :

Exemple 1 :

On veut calculer : 25×11 ; 25×21 et 25×31 .

On peut procéder ainsi :

$$25 \times 11 = 25 \times (10 + 1) = 25 \times 10 + 25 \times 1 = 250 + 25 = 275$$

De même :

$$25 \times 21 = 25 \times 20 + 25 = 500 + 25 = 525$$

$$25 \times 31 = 25 \times 30 + 25 = 750 + 25 = 775$$

Exemple 2 : on veut calculer 24×9 ; 24×19 et 24×29 .

On peut procéder ainsi :

$$24 \times 9 = 24 \times (10 - 1) = 24 \times 10 - 24 \times 1 = 240 - 24 = 216$$

De même :

$$24 \times 19 = 24 \times (20 - 1) = 24 \times 20 - 24 \times 1 = 480 - 24 = 456$$

$$24 \times 29 = 24 \times (30 - 1) = 24 \times 30 - 24 \times 1 = 720 - 24 = 696$$

b- Calculer l'aire d'un prisme droit :

Pour calculer l'aire de cette surface, on pourrait effectuer le calcul suivant :

$$24 \times 14 + 24 \times 19 + 24 \times 12$$

Cela reviendrait à additionner les aires des trois rectangles.

Il est cependant plus simple d'effectuer le calcul :

$$24 \times (14 + 19 + 12) = 24 \times 45 = 1\ 080$$

On trouve ainsi que l'aire de cette surface est égale à $1\,080\text{ cm}^2$.

Remarque :

$(14 + 19 + 12)$ est la mesure en centimètres du périmètre d'une base du prisme.

c- Calculer l'aire d'une couronne circulaire :

On veut calculer l'aire de la couronne circulaire coloriée sur la figure ci-dessous. L'unité de longueur est le centimètre. L'unité d'aire est le centimètre carré.

L'aire de cette couronne est égale à la différence entre l'aire du grand disque de rayon 3 cm et l'aire du petit disque de rayon 2 cm . On a :

$$\text{aire du grand disque : } \pi \times 3^2 = \pi \times 3 \times 3 = 9\pi ;$$

$$\text{aire du petit disque : } \pi \times 2^2 = \pi \times 2 \times 2 = 4\pi ;$$

$$\text{aire de la couronne : } 9\pi - 4\pi = (9 - 4)\pi = 5\pi.$$

L'aire de la couronne est donc égale à $5\pi\text{ cm}^2$.

En prenant $\pi \approx 3,14$, on trouve une aire environ égale à $15,7\text{ cm}^2$.

Remarque : plus généralement, l'aire d'une couronne circulaire limitée par deux cercles concentriques de rayons respectifs R et r est égale à $\pi R^2 - \pi r^2$, c'est-à-dire $\pi(R^2 - r^2)$.