LE CALCUL

I- Généralité :

1- Définition :

Ensemble de **procédés constructifs** (**règles** de calcul) permettant de résoudre certains types de problèmes.

Sans autre spécification, le terme est également utilisé pour désigner le **calcul infinitésimal** qui a pour objet toutes les questions fondées sur la notion de **limite**. Il comprend à son tour le **calcul différentiel** et le **calcul intégral** liés respectivement à la notion de **dérivée** et à celle d'**intégrale**.

Quant au **calcul formel**, il opère aussi sur des **formules** mathématiques ; il se distingue ainsi du **calcul numérique** qui opère uniquement sur des **nombres**. Cette nouvelle dimension est apparue avec les **logiciels** d'ordinateurs.

2- Calcul des variations :

Partie des **mathématiques** qui étudie des problèmes de détermination de **maxima** ou de **minima** pour des **applications** à valeurs réelles définies sur des ensembles donnés de **fonctions**.

Par exemple : la détermination des **minima** de l'application ʃ définie sur l'ensemble des fonctions réelles continument dérivables dans un intervalle I a, b I et comprenant des valeurs données aux deux extrémités de l'intervalle par une équation de la forme :

$$ʃ(ʃ) = ʃ^{b}_{a} L\ (t,).\ ʃ'(t)dt$$

où L est une fonction réelle continument dérivable sur I a, b I x R^2. On peut encore citer le problème des **isopérimètres** (ou de l'aire minimale : déterminer par toutes les fonctions u continument dérivables dans un domaine D de R^2 et prenant des valeurs donnée sur la frontière de D celles pour qui l'intégrale :

$$ʃ1(u) = ʃ_D \sqrt{1} + \text{Igrad } u\ (x_1, x_2)\text{I}^2\ dx_1.dx_2$$

est minimale) ou encore le problème de **Dirichlet** (minoration de l'intégrale :

$$ʃ_2(u) = ʃ_D\ \text{Igrad } u\ (x_1, x_2, x_3)\text{I}^2 dx_1.\ dx_2.dx_3$$

pour les fonctions u dument dérivables dans un domaine D de R^3 et prenant des valeurs données sur la frontière de D).

Dans de nombreux cas, l’étude du problème posé commence par la résolution d’une **équation différentielle** ou d’un système d’équations différentielles ou, encore, d’équations aux dérivées partielles, qui expriment des conditions nécessaires à la résolution du problème posé (dans le premier exemple, c’est l’équation de **Lagrange**, dans le troisième, c’est l’équation de **Laplace**).